

CONCOURS D'ENTRÉE A L'EAMAC SESSION 2008
NIVEAU TECHNICIEN SUP, TECHNICIEN & CNA

ÉPREUVE DE PHYSIQUE
DURÉE : 3 HEURES

Exercice n°1

L'espace vide est rapporté à un repère orthonormé direct $\vec{R} (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Dans cet espace règne un champ de pesanteur terrestre g supposé uniforme. Un projectile est lancé à partir du point O avec une vitesse $V_0 = 200 \text{ m.s}^{-1}$ faisant un angle θ avec l'axe horizontal $(O, \vec{e}_x)$. On rappelle que $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ définit le plan horizontal. Le projectile est soumis uniquement à son poids.

- 1) En appliquant la relation fondamentale de la dynamique au projectile, établir les équations horaires du mouvement, suivant les axes du plan contenant le projectile. En déduire la nature du mouvement.
- 2) Calculer, pour une cible placée au point C se situant à une distance $\overline{OC} = d = 2500 \text{ m}$ du point O sur l'axe $(O, \vec{e}_x)$:
 - a) Les angles de tir possibles pour atteindre la cible ;
 - b) L'altitude maximale atteinte par le projectile ;
 - c) La durée minimale de tir ;
 - d) La vitesse lors de la collision du projectile avec la cible.

Exercice n°2

Partie A

On considère un dipôle série (R, L, C) aux bornes duquel on applique une tension sinusoïdale de valeur efficace constante et à fréquence N variable. La bande passante à trois décibels

« -3db » du circuit RLC correspond aux fréquences pour lesquelles l'intensité $I(N)$ est supérieur à $\frac{I(N_0)}{\sqrt{2}}$ où $I(N_0)$ l'intensité efficace à la résonance.

- 1) Déterminer les fréquences N_1 et N_2 limitant cette bande passante. Et en déduire la largeur de la bande notée $\Delta N = N_2 - N_1$.
- 2) L'acuité de la résonance est caractérisée par une grandeur appelée facteur de qualité du circuit RLC noté Q défini par le rapport de la fréquence à la résonance N_0 par la largeur de la bande passante.
 - a) Donner l'expression de Q .
 - b) Donner l'allure de la courbe de résonance et dire quelle est l'influence de la résistance R sur la qualité de cette courbe ?

Partie B

On considère un dipôle série (R, L, C) aux bornes duquel est appliqué une tension sinusoïdale de valeur efficace $U_{\text{eff}} = 24V$.

- 1) Déterminer pour la fréquence de résonance d'intensité N_0 et pour la fréquence $N = 50\text{Hz}$:
 - a) l'intensité efficace du courant
 - b) la puissance apparente
 - c) la puissance moyenne consommée
- 2) Pour quelles fréquences la puissance moyenne consommée vaut-elle la moitié de celle absorbée à la résonance ?
- 3) A la résonance, faire le rapport entre l'énergie accumulée et l'énergie dissipée par effet Joule pendant chaque période et exprimer ce rapport en fonction du facteur de qualité du circuit.

Données : $R = 20 \Omega$; $L = 0,5H$; $C = 5\mu F$.

**CONCOURS D'ENTREE AU CYCLE DE TECHNICIEN SUPERIEUR
DE L'ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE
ET DE L'AVIATION CIVILE
SESSION 2008
EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
DUREE : 3 H**

Exercice 1

Soit un plan affine euclidien rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$: 4 cm. Au point M d'affixe $z = x + yi$ est associé, s'il existe, le point M' d'affixe

$$z' = \frac{z + \bar{z} - i}{z - i\bar{z}}$$

1° On définit ainsi les fonctions f et T , telles que : $z' = f(z)$ et $M' = T(M)$.
Préciser les ensembles de définition de f et T .

2° Résoudre dans $\mathbb{C}$:

$$f'(z) = i.$$

3° Calculer (x', y') , coordonnées de M' en fonction de (x, y) , coordonnées de M .

4° Déterminer et représenter l'ensemble des points M tels que M' ait une affixe imaginaire pure.

5° Démontrer que, si $|z'| = \sqrt{2}$, alors :

$$4y^2 - 8xy - 1 = 0.$$

Exercice 2

1° On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{1}{3}(n^2 + n).$$

a) Calculer u_1, u_2 et u_3 . Calculer u_n et u_{n+1} en fonction de n .

b) En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison.

2° On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n = \frac{1}{3^{n^2+n}}.$$

a) Calculer v_1, v_2 et v_3 . Calculer v_n et v_{n+1} en fonction de n .

b) En déduire que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison.

Exercice 3

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = \frac{x \ln x}{(x^2 + 1)^2}.$$

1° Quel est le domaine de définition E de f ?

2° a) Déterminer la fonction dérivée de f .

b) Montrer que la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f'(x) = 0$ se ramène à la recherche des points d'intersection de la courbe Γ_1 d'équation $y = \ln x$ et de la courbe Γ_2 d'équation $y = \frac{1+x^2}{3x^2-1}$. *= ln x*

c) Tracer Γ_1 et Γ_2 sur un même graphique, et montrer qu'il existe deux réels x_1 et x_2 tels que

$$f'(x_1) = f'(x_2) = 0.$$

d) Montrer que :

$$0 < x_1 < \frac{1}{\sqrt{3}} < 1 < x_2 < 2.$$

3° Etudier le sens de variation de la fonction f .

4° Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}.$$

5° Représenter graphiquement la fonction f . On précisera les points d'abscisses respectives 1, 2, 3 et 4 (On prendra pour unités : 2 cm en abscisse, et 20 cm en ordonnées).